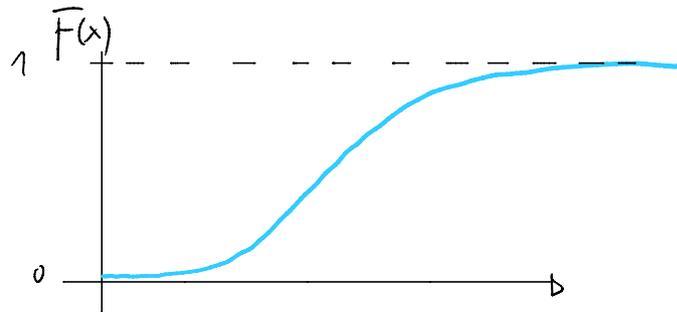
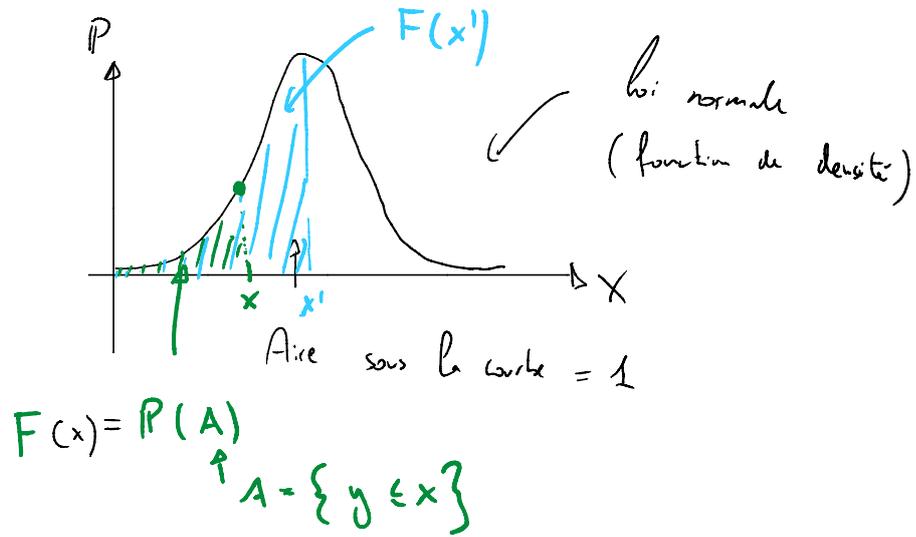
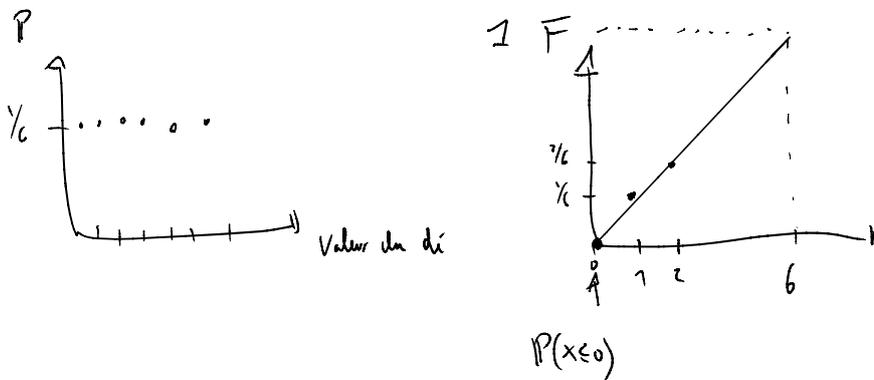


Fonction Cumulative



La fonction de Densité est une fonction STRICTEMENT CROISSANTE qui prends des valeurs de 0 à 1 !

Autre exemple : distribution uniforme



Digression ! Attention aux interprétations !!

2019 : 100 Mia

2020 : la dette du pays a augmenté de 15% \rightarrow 115 Mia (15 Mia de plus)
 $+15\%$ 2019

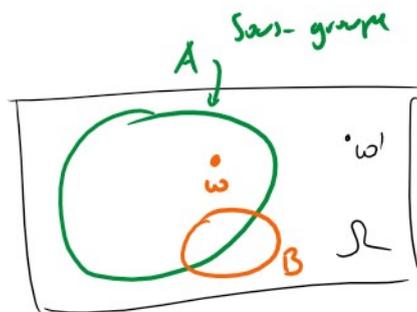
2021 : elle n'a augmenté que de 14% \rightarrow 131,1 Mia (+16,1 Mia de plus)
 $+16,1\%$ de la dette de 2019

Probabilités Conditionnelles

On étudie les probabilités avec une information supplémentaire sur la population observée...

Exemples :

- quelle est la probabilité de tirer 3 **sachant** que j'ai obtenu un 2 lors d'un lancé de dé équilibré ? $\omega \in \Omega$ $A \in \mathcal{R}$
- Quelle est la probabilité d'avoir un cancer **sachant** que je fume 30 cigarettes par jour ? ω
- Quelle est la probabilité d'avoir un problème cardiaque avant 45 ans **sachant** que je pèse 450kg ? ω



Notation : la probabilité d'observer **B** sachant que nous sommes dans le groupe **A** s'écrit

$$P(B | A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

↑
Formule de Bayes

$$P(A) = \sum_{x \in A} P(x)$$

Exemple avec 1 dé équilibré :

$\Omega = \{1, \dots, 6\}$

| | | |
|-------|---------|---------|
| $B =$ | 2, 4, 6 | 1, 3, 5 |
| $A =$ | PAIRS | |

$B \cap A = \{6\} \cap \{\text{pairs}\} = \{6\}$

\Downarrow

$P(B \cap A) = \frac{1}{6} \quad P(A) = \frac{1}{2}$

Quelle est la probabilité d'observer 6 **sachant** que j'ai tiré un nombre pair ?

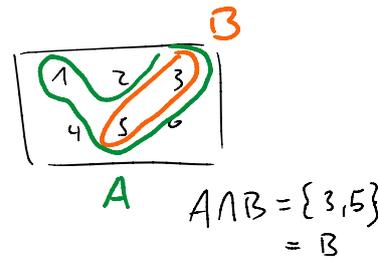
A

$$P(x=6 \mid x \text{ est pair}) = \frac{1}{3} = \frac{P(B \cap A)}{P(A)} = \frac{1/6}{1/2} = \frac{1}{6} \cdot \frac{2}{1} = \frac{1}{3} ! \checkmark$$

Exercice (reprise 11h10)

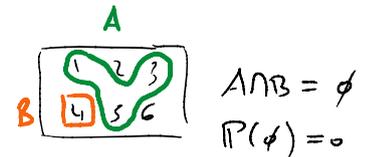
1. Quelle est la probabilité de tirer 3 ou 5 SACHANT que j'ai tiré un impair

$$P(3 \text{ ou } 5 \mid \text{impair}) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{2/6}{3/6} = \frac{2}{6} \cdot \frac{6}{3} = \frac{2}{3}$$



2. Quelle est la probabilité de tirer 4 sachant que j'ai tiré un impair

$$P(4 \mid \text{impair}) = \frac{P(\emptyset)}{P(\text{impair})} = \frac{0}{1/2} = 0 !$$



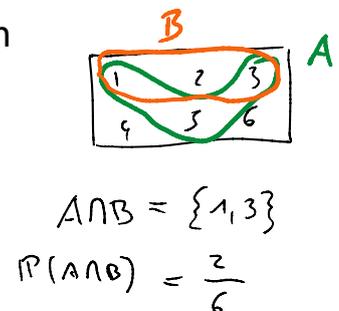
3. Quelle est la probabilité de tirer 6 sachant que j'ai tiré un nombre ≥ 4 ?

$$P(6 \mid \geq 4) = \frac{P(\{6\})}{P(\geq 4)} = \frac{1/6}{1/2} = \frac{1}{3}$$



4. Probabilité de tirer 3 ou moins sachant que j'ai fait un nombre IMPAIR

$$P(\leq 3 \mid \text{impair}) = \frac{P(A \cap B)}{P(\text{impair})} = \frac{2}{6} \cdot \frac{2}{1} = \frac{2}{3}$$



Propriétés : 1) $P(A \mid A) = \frac{P(A \cap A)}{P(A)} = \frac{P(A)}{P(A)} = 1 !$

2) Si A et B sont **Indépendants** on dit alors que

$$P(B|A) = P(B)$$

| | | | | | | |
|----------|---|---|---|---|---|---|
| lancer 1 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 2 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 3 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 4 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 5 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 6 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |

$\frac{1}{6}$ de faire 3 au 2^e lancé!

